

## Fiche d'exercices corrigés – Vecteurs

---

### Exercice 1 :

---

On se place dans un repère  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ .

Soient les points  $A(-\frac{7}{2} ; 2)$ ,  $B(-2 ; 5)$ ,  $C(5 ; \frac{13}{2})$ ,  $D(3 ; \frac{5}{2})$ .

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{CD}$ .
2. En déduire que le quadrilatère ABCD est un trapèze.
3. On définit le point I par l'égalité :  $\vec{IA} = \frac{3}{4} \vec{ID}$ .

Montrer que les coordonnées de I sont  $(-23 ; \frac{1}{2})$ .

4. Les points I, B et C sont-ils alignés ?
5. J et K étant les milieux respectifs de [AB] et [CD], déterminer les coordonnées de J et K.  
Démontrer alors que les points I, J et K sont alignés.

### Exercice 2 :

---

ABC est un triangle.

1. Placer les points D, E et F tels que :  $\vec{AD} = \frac{3}{2} \vec{AB} + \frac{3}{2} \vec{AC}$  ;  $\vec{BE} = -\frac{1}{2} \vec{CB}$

et F est le milieu de [AC].

2. Exprimer, en justifiant, le vecteur  $\vec{AB}$  en fonction de  $\vec{FE}$ .
3. a) Exprimer le vecteur  $\vec{AE}$  en fonction de  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$ .  
b) En déduire un réel  $k$  tel que  $\vec{AD} = k \vec{AE}$ .  
c) Que peut-on alors conclure ?
4. a) Placer le point M tel que :  $\vec{MA} - 3\vec{MB} = \vec{0}$   
b) Placer le point G symétrique de F par rapport à C.  
Montrer que  $\vec{GA} = \frac{3}{2} \vec{CA}$  puis que  $\vec{GD} = \frac{3}{2} \vec{AB}$ .  
c) En déduire la nature du quadrilatère AMDG.

### Exercice 3 :

---

ABC est un triangle

1. Placer les points H et G vérifiant les relations suivantes :  
 $\vec{AH} = -\frac{3}{4} \vec{AB} + \frac{1}{2} \vec{AC}$  et  $\vec{BG} = -\frac{7}{4} \vec{AB} + \frac{3}{2} \vec{BC}$
2. On choisit le repère  $(A ; \vec{AB}, \vec{AC})$   
a) Donner les coordonnées des points A, B et C dans ce repère.  
b) Déterminer les coordonnées des points H et G dans ce repère.
3. Les points A, G et H sont-ils alignés ?

Exercice 1:

Dans un repère  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ ,  $A(-\frac{7}{2}; 2)$ ,  $B(-2; 5)$ ,  $C(5; \frac{13}{2})$  et  $D(3; \frac{5}{2})$ .

1.  $\overline{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \overline{AB} \begin{pmatrix} -2 - (-\frac{7}{2}) \\ 5 - 2 \end{pmatrix} = \overline{AB} \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $\overline{CD} \begin{pmatrix} 3 - 5 \\ \frac{5}{2} - \frac{13}{2} \end{pmatrix} = \overline{CD} \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$

2.  $xy' - x'y = \frac{3}{2} \times (-4) - (-2) \times 3 = -6 + 6 = 0$ .

Donc  $\overline{AB}$  et  $\overline{CD}$  sont colinéaires et les droites (AB) et (CD) sont parallèles.  
En conclusion, ABCD est un trapèze.

3.  $I(x_I; y_I) \quad \overline{IA} \begin{pmatrix} -\frac{7}{2} - x_I \\ 2 - y_I \end{pmatrix}$  et  $\overline{ID} \begin{pmatrix} 3 - x_I \\ \frac{5}{2} - y_I \end{pmatrix}$ . L'égalité  $\overline{IA} = \frac{3}{4} \overline{ID}$  nous donne :

$-\frac{7}{2} - x_I = \frac{3}{4}(3 - x_I)$  c'est à dire  $-\frac{7}{2} - x_I = \frac{9}{4} - \frac{3}{4}x_I$

$2 - y_I = \frac{3}{4}(\frac{5}{2} - y_I)$  c'est à dire  $2 - y_I = \frac{15}{8} - \frac{3}{4}y_I$

La première égalité donne :  $\frac{1}{4}x_I = -\frac{7}{2} - \frac{9}{4} = -\frac{23}{4}$  donc  $x_I = -23$

La deuxième égalité donne :  $\frac{1}{4}y_I = 2 - \frac{15}{8} = \frac{1}{8}$  donc  $y_I = -\frac{1}{2}$  et  $I(-23; -\frac{1}{2})$

4.  $\overline{IB} \begin{pmatrix} -2 - (-23) \\ 5 - (-\frac{1}{2}) \end{pmatrix} = \overline{IB} \begin{pmatrix} 21 \\ \frac{9}{2} \end{pmatrix}$  et  $\overline{IC} \begin{pmatrix} 5 - (-23) \\ \frac{13}{2} - (-\frac{1}{2}) \end{pmatrix} = \overline{IC} \begin{pmatrix} 28 \\ 6 \end{pmatrix}$

$xy' - x'y = 21 \times 6 - 28 \times \frac{9}{2} = 126 - 126 = 0$

Donc  $\overline{IB}$  et  $\overline{IC}$  sont colinéaires et les points I, B et C sont alignés.

5. a) J est le milieu de [AB], d'où  $x_J = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-\frac{7}{2} - 2}{2} = -\frac{11}{4}$  et  $J(-\frac{11}{4}; \frac{7}{2})$ .

$y_J = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2 + 5}{2} = \frac{7}{2}$

$x_K = \frac{x_C + x_D}{2} = \frac{5 + 3}{2} = 4$

K est le milieu de [CD], d'où  $y_K = \frac{y_C + y_D}{2} = \frac{\frac{13}{2} + \frac{5}{2}}{2} = \frac{9}{2}$  donc  $K(4; \frac{9}{2})$ .

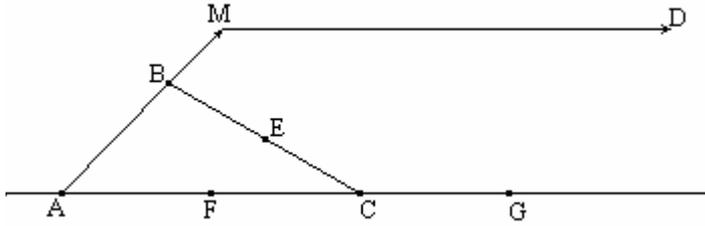
b)  $\overline{IJ} \begin{pmatrix} -\frac{11}{4} - (-23) \\ \frac{7}{2} - \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \overline{IJ} \begin{pmatrix} \frac{81}{4} \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $\overline{IK} \begin{pmatrix} 4 - (-23) \\ \frac{9}{2} - (-\frac{1}{2}) \end{pmatrix} = \overline{IK} \begin{pmatrix} 27 \\ 4 \end{pmatrix}$

or  $xy' - x'y = \frac{81}{4} \times 4 - 27 \times 3 = 81 - 81 = 0$

Donc  $\overline{IJ}$  et  $\overline{IK}$  sont colinéaires et les points I, J et K sont alignés.

Exercice 2 :

1.



2. Dans le triangle ABC, E est le milieu de [BC]

F est le milieu de [AC]

Donc d'après le théorème des milieux,  $\overline{AB} = 2 \overline{FE}$ .

3. a)  $\overline{AE} = \overline{AB} + \overline{BE}$  d'après la relation de Chasles

$$= \overline{AB} - \frac{1}{2} \overline{CB} = \overline{AB} - \frac{1}{2} \overline{CA} - \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \overline{AB} + \frac{1}{2} \overline{AC}$$

b)  $3\overline{AE} = 3 \times \frac{1}{2} \overline{AB} + 3 \times \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{3}{2} \overline{AB} + \frac{3}{2} \overline{AC}$  d'où  $\overline{AD} = 3 \overline{AE}$ .

c) Les vecteurs  $\overline{AD}$  et  $\overline{AE}$  sont alors colinéaires et les points A, D et E sont alignés.

4. a)  $\overline{MA} - 3\overline{MB} = \overline{0}$  nous donne  $\overline{MA} - 3\overline{MA} - 3\overline{AB} = \overline{0}$

on a alors  $-2\overline{MA} = 3\overline{AB}$  et  $\overline{AM} = \frac{3}{2}\overline{AB}$  (ceci nous permet alors de placer le point M).

b) G est le symétrique de F par rapport à C, d'où C est le milieu de [FG] et  $\overline{CG} = \overline{FC}$ .

$$\overline{GC} = \overline{CF} = \frac{1}{2} \overline{CA} \text{ d'où } \overline{GA} = \overline{GC} + \overline{CA} = \frac{1}{2} \overline{CA} + \overline{CA} = \frac{3}{2} \overline{CA}.$$

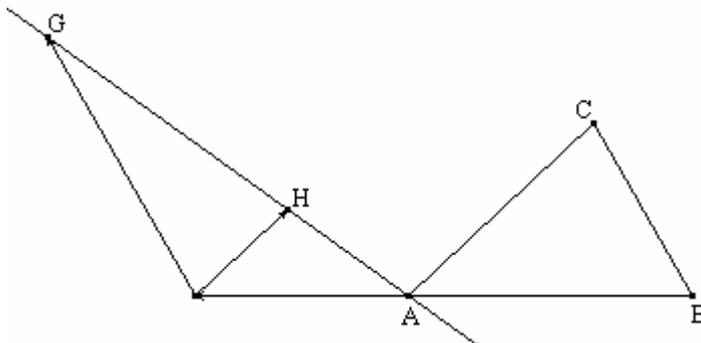
$$\overline{GD} = \overline{GA} + \overline{AD} = \frac{3}{2} \overline{CA} + \frac{3}{2} \overline{AB} + \frac{3}{2} \overline{AC} = \frac{3}{2} \overline{AB} + \frac{3}{2} (\overline{CA} + \overline{AC}) = \frac{3}{2} \overline{AB}.$$

c) On a alors  $\overline{GD} = \frac{3}{2} \overline{AB}$  et  $\overline{AM} = \frac{3}{2} \overline{AB}$

d'où  $\overline{GD} = \overline{AM}$  et le quadrilatère AMDG est un parallélogramme.

Exercice 3 :

1.



2. Dans le repère (A ;  $\overline{AB}, \overline{AC}$ )

a) A(0 ; 0) B(1 ; 0) et C(0 ; 1)

$$\mathbf{b)} \bullet \overrightarrow{AH} = -\frac{3}{4} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$$

$$\text{et } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ d'où } \overrightarrow{AH} \begin{pmatrix} -\frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \text{ et } H(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}) \text{ car A est l'origine du repère}$$

$$\bullet \overrightarrow{BG} = -\frac{7}{4} \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2} \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 0-1 \\ 1-0 \end{pmatrix} \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ d'où } \overrightarrow{BG} \begin{pmatrix} -\frac{7}{4} - \frac{3}{2} \\ 0 + \frac{3}{2} \end{pmatrix} \overrightarrow{BG} \begin{pmatrix} -\frac{13}{4} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{BG} \begin{pmatrix} x_G - 1 \\ y_G \end{pmatrix}$$

$$\text{d'où } x_G - 1 = -\frac{13}{4} \text{ ce qui donne } x_G = -\frac{9}{4} \text{ et } y_G = \frac{3}{2}. \text{ Donc } G(-\frac{9}{4}; \frac{3}{2}).$$

**3.** A étant l'origine du repère (A ;  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ )

$$\overrightarrow{AG} \begin{pmatrix} -\frac{9}{4} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AH} \begin{pmatrix} -\frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$xy' - x'y = -\frac{9}{4} \times \frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{4}\right) \times \frac{3}{2} = -\frac{9}{8} + \frac{9}{8} = 0$$

Donc les vecteurs  $\overrightarrow{AG}$  et  $\overrightarrow{AH}$  sont colinéaires et les points A, G et H sont alignés.